

1. Die folgenden Aussagen sind wahr oder falsch? Begründen Sie Ihre Antwort!  
a) Die Nullmatrix ist invertierbar. (falsch)  
b) Die Inverse einer Matrix ist eindeutig bestimmt. (wahr)  
c) Die Determinante einer Matrix ist invariant gegenüber Zeilenvertauschung. (falsch)  
d) Die Determinante einer Matrix ist invariant gegenüber Spaltenvertauschung. (falsch)  
e) Die Determinante einer Matrix ist invariant gegenüber Zeilenaddition. (wahr)  
f) Die Determinante einer Matrix ist invariant gegenüber Spaltenaddition. (wahr)  
g) Die Determinante einer Matrix ist invariant gegenüber Zeilenmultiplikation. (falsch)  
h) Die Determinante einer Matrix ist invariant gegenüber Spaltenmultiplikation. (falsch)

2. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A$ .  
Lösung:  $\det(A) = 1 \cdot (5 \cdot 9 - 6 \cdot 8) - 2 \cdot (4 \cdot 9 - 6 \cdot 7) + 3 \cdot (4 \cdot 8 - 5 \cdot 7) = 1 \cdot (45 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) + 3 \cdot (32 - 35) = 1 \cdot (-3) - 2 \cdot (-6) + 3 \cdot (-3) = -3 + 12 - 9 = 0$

3. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Inverse von  $A$ .  
Lösung: Da  $\det(A) = 0$ , ist die Matrix  $A$  nicht invertierbar.

4. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^{-1}$ .  
Lösung: Da  $A$  nicht invertierbar ist, ist  $A^{-1}$  nicht definiert.

5. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^T$ .  
Lösung:  $\det(A^T) = \det(A) = 0$

6. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^2$ .  
Lösung:  $\det(A^2) = (\det(A))^2 = 0^2 = 0$

7. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^3$ .  
Lösung:  $\det(A^3) = (\det(A))^3 = 0^3 = 0$

8. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^4$ .  
Lösung:  $\det(A^4) = (\det(A))^4 = 0^4 = 0$

9. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^5$ .  
Lösung:  $\det(A^5) = (\det(A))^5 = 0^5 = 0$

10. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^6$ .  
Lösung:  $\det(A^6) = (\det(A))^6 = 0^6 = 0$

11. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^7$ .  
Lösung:  $\det(A^7) = (\det(A))^7 = 0^7 = 0$

12. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^8$ .  
Lösung:  $\det(A^8) = (\det(A))^8 = 0^8 = 0$

13. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^9$ .  
Lösung:  $\det(A^9) = (\det(A))^9 = 0^9 = 0$

14. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^{10}$ .  
Lösung:  $\det(A^{10}) = (\det(A))^{10} = 0^{10} = 0$

15. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^{11}$ .  
Lösung:  $\det(A^{11}) = (\det(A))^{11} = 0^{11} = 0$

16. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Determinante von  $A^{12}$ .  
Lösung:  $\det(A^{12}) = (\det(A))^{12} = 0^{12} = 0$

